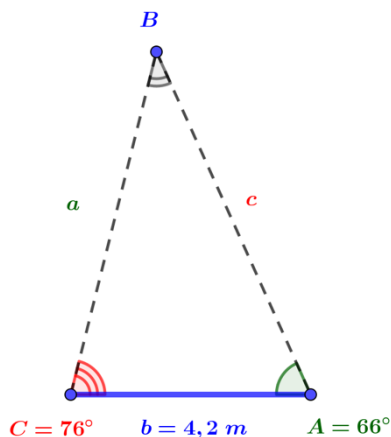


Matematik 9. klasse - Vilkårlig trekant

Eksempel 1

Vi har med vores målehjul målt grundlinjen i vores første trekant til at være $b = 4,2$ m. Vi har placeret en landmålerstok et tilfældigt sted og får på den måde en vilkårlig trekant. Med teodolitterne måler vi de to vinkler fra grundlinjen til landmålerstokken og får $C = 76^\circ$ og $A = 66^\circ$. Se figur 1.



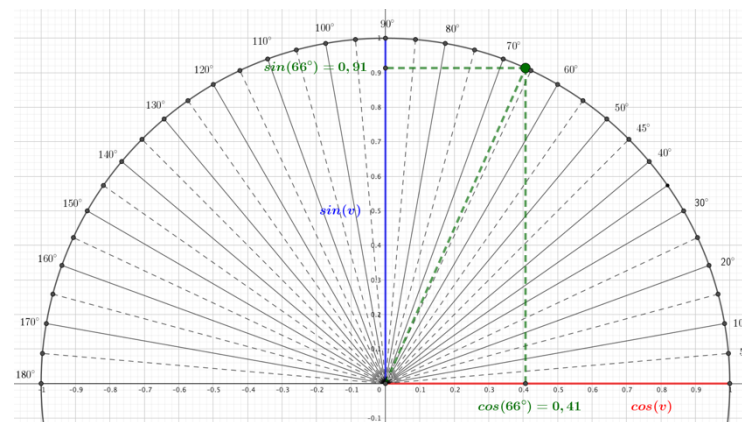
Figur 1

Fordi vi ved at summen af alle 3 vinkler skal give 180° , kan vi beregne vinkel B på denne måde:

$$B = 180^\circ - 76^\circ - 66^\circ = 38^\circ$$

Så vil vi beregne længden af siden a . Til det skal vi dels bruge $\sin(A) = \sin(66)$, den aflæser vi på enhedscirklen til $\sin(66) = 0,91$. Se figur 2.

Vi skal også bruge $\sin(B) = \sin(38)$, den aflæser vi på samme måde på enhedscirklen til $\sin(38) = 0,62$.



Figur 2

Nu kan beregne længden af siden a med sinusrelationen, det giver:

$$a = \frac{4,2}{0,62} \cdot 0,91 = 6,2$$

Så afstanden fra vinkel C til vinkel B er altså 6,2 m.

Til slut finder vi siden c med cosinusrelationen. Vi skal bruge $\cos(C) = \cos(76)$, den findes på enhedscirklen til $\cos(76) = 0,24$. Vi får:

$$c = \sqrt{6,2^2 + 4,2^2 - 2 \cdot 6,2 \cdot 4,2 \cdot 0,24} = 6,6$$

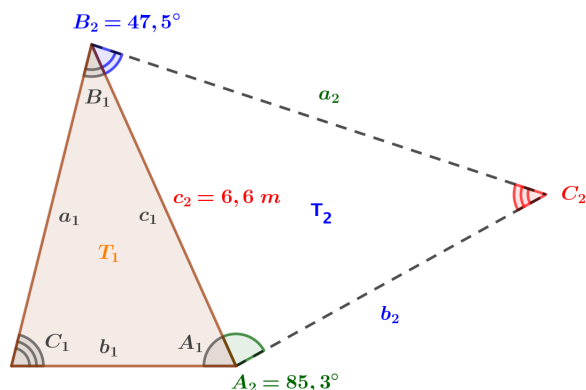
Så afstanden fra vinkel A til vinkel B er 6,6 m.

Vi kan lave et Excel-ark til at holde styr på alle vores beregninger. Det kunne se således ud:

Trekant	A/°	B/°	C/°	a/m	b/m	c/m
1	66,0	76,0	38,0	6,2	4,2	6,6

Eksempel 2

Vi fortsætter vores triangulering, og bruger en af de nye sider i den første trekant som grundlinje, her vælger vi siden c . Så sætter vi en ny landmålerstok et passende sted og får på den måde dannet en ny vilkårlig trekant, se figur 3.



Figur 3

Beregningerne ser denne gang således ud.

Først vinkel C_2 :

$$C_2 = 180^\circ - 85,3^\circ - 47,5^\circ = 47,2^\circ$$

Ved hjælp af enhedscirklen finder vi:

$$\sin(A_2) = \sin(85,3) = 1,00 \text{ og } \sin(C_2) = \sin(47,2) = 0,73$$

Derefter beregnes siden med sinusrelationen a_2 :

$$a_2 = \frac{6,6}{0,73} \cdot 1,00 = 9,0$$

Til slut finder siden b_2 med cosinusrelationen. Vi skal bruge $\cos(B_2) = \cos(47,5)$, den findes på enhedscirklen til $\cos(47,5) = 0,68$. Vi får:

$$b_2 = \sqrt{9,0^2 + 6,6^2 - 2 \cdot 9,0 \cdot 6,6 \cdot 0,68} = 6,6$$

Vi har dermed følgende værdier for vores to trekanter:

Trekant	A/°	B/°	C/°	a/m	b/m	c/m
1	66,0	76,0	38,0	6,2	4,2	6,6
2	85,3	47,5	47,2	9,0	6,6	6,6

Definition: Sinusrelationen

I en vilkårlig trekant ABC gælder at forholdet mellem sinus til en vinkel og den modstående side er konstant, altså

$$\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

Definition: Cosinusrelationen

I en vilkårlig trekant ABC gælder

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(A)$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos(B)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(C)$$